



DALYKO (MODULIO) APRAŠAS

Dalyko (modulio) pavadinimas	Kodas
Matematinis modeliavimas	

Dėstytojas (-ai)	Padalinys (-iai)
Koordinuojantis: prof. dr. P. Katauskis Kitas (-i):	Matematikos ir informatikos fakultetas Vilniaus universitetas

Studijų pakopa	Dalyko (modulio) tipas
Pirmoji	Pasirenkamasis

Įgyvendinimo forma	Vykdyto laikotarpis	Vykdyto kalba (-os)
Auditorinė	VII semestras	Lietuvių

Reikalavimai studijuojančiajam
Išankstiniai reikalavimai: Matematika programų sistemoms I, II, III d.

Dalyko (modulio) apimtis kreditais	Visas studento darbo krūvis	Kontaktinio darbo valandos	Savarankiško darbo valandos
5	130	64	66

Dalyko (modulio) tikslas: studijų programos ugdomos kompetencijos
<p>Dalyko „Matematinis modeliavimas“ tikslas – įgyti matematinio modeliavimo bazinius įgūdžius, išmokyti sudaryti ir tirti matematinius modelius, aprašančius įvairius procesus, tyrimui naudoti matematinę programinę įrangą. Siekiama ugdyti abstraktų ir analitinį mąstymą, bendravimo dalykinėse situacijose gebėjimus.</p> <p>Bendrosios kompetencijos:</p> <ul style="list-style-type: none">Bendravimas ir bendradarbiavimas (<i>BK1</i>).<ul style="list-style-type: none">Gebės raštu ir žodžiu perteikti informaciją, idėjas, problemas ir sprendimus valstybine ir užsienio kalba, bendraudamas su specialistais ir ne specialistais (<i>BK1.1</i>).Nuolatinis mokymasis (<i>BK2</i>).<ul style="list-style-type: none">Suvoks mokymosi visą gyvenimą būtinybę ir įsitrauks į tai (<i>BK2.1</i>). <p>Dalykinės kompetencijos:</p> <ul style="list-style-type: none">Konceptualių pagrindų žinios ir gebėjimai (<i>DK4</i>).<ul style="list-style-type: none">Gebės taikyti matematikos pagrindų, mokslo, inžinerijos, kompiuterių mokslo teorines žinias ir algoritminius principus programų sistemų kūrime (<i>DK4.2</i>).Gebės abstrakčiai mąstyti, naudoti formalius aprašymo metodus, įrodinėti jų teisingumą, formalizuoti ir specifikuoti realaus pasaulio problemas (<i>DK4.3</i>).

Dalyko (modulio) studijų siekiniai	Studijų metodai	Vertinimo metodai
Gebės apibrėžti ir tinkamai naudoti matematinio modeliavimo sąvokas ir principus, iliustruoti juos pavyzdžiais.	Paskaita. Praktiniai užsiėmimai. Laboratoriniai darbai. Literatūros studijavimas, savarankiškas uždavinių sprendimas.	Laboratorinių darbų gynimas (žodžiu). Egzaminas raštu.

Gebės sudaryti ir analizuoti paprastus matematinis modelius aprašomus paprastosiomis diferencialinėmis lygtimis.	Paskaita. Praktiniai užsiėmimai. Laboratoriniai darbai. Literatūros studijavimas, savarankiškas uždavinių sprendimas.							Laboratorinių darbų gynimas (žodžiu). Egzaminas raštu.	
Gebės taikyti pagrindinius paprastųjų diferencialinių lygčių diskretizavimo metodus.	Paskaita. Praktiniai užsiėmimai. Laboratoriniai darbai. Literatūros studijavimas, savarankiškas uždavinių sprendimas.							Laboratorinių darbų gynimas (žodžiu). Egzaminas raštu.	
Gebės analizuoti matematinis modelius, naudojant matematinę programinę įrangą.	Paskaita. Praktiniai užsiėmimai. Laboratoriniai darbai. Literatūros studijavimas, savarankiškas uždavinių sprendimas.							Laboratorinių darbų gynimas (žodžiu). Egzaminas raštu.	
Gebės, remiantis matematinio modelio analize, pateikti išvadas ir jas logiškai pagrįsti.	Paskaita. Praktiniai užsiėmimai. Laboratoriniai darbai. Literatūros studijavimas, savarankiškas uždavinių sprendimas.							Laboratorinių darbų gynimas (žodžiu). Egzaminas raštu.	
Temos	Kontaktinio darbo valandos							Savarankiškų studijų laikas ir užduotys	
	Paskaitos	Konsultacijos	Seminarai	Pratybos	Laboratoriniai darbai	Praktika	Visas kontaktinis darbas	Savarankiškas darbas	Užduotys
1. Matematinis modeliavimas. Gamtos dėsnių taikymas matematiname modeliavime.	2						2		Literatūros studijavimas, savarankiškų užduočių atlikimas
2. Diferencialinės lygtys. Pirmos eilės paprastosios diferencialinės lygtys (PDL). Geometrinė interpretacija, sprendiniai, integralinės kreivės. Pirmos eilės PDL su atskiriamais kintamaisiais, homogeninės lygtys.	4			4			8	10	Literatūros studijavimas, savarankiškų užduočių atlikimas. Laboratorinis darbas: pirmos eilės paprastųjų diferencialinių lygčių sprendimas.
3. Pirmos eilės paprastąja diferencialine lygtimi aprašomi matematiniai modeliai.	4			6			10	10	Literatūros studijavimas, savarankiškų užduočių atlikimas
4. Tiesinė ir Bernulio pirmos eilės diferencialinės lygtys, Maltuso ir Verhulsto modeliai populiacijų dinamikoje.	3			3			6	6	Literatūros studijavimas, savarankiškų užduočių atlikimas

5. Autonominės pirmos eilės diferencialinės lygtys.	2			1			3	2	Literatūros studijavimas, savarankiškų užduočių atlikimas
6. Skaitinis pirmos eilės paprastosios diferencialinės lygties sprendimas. Eulerio, prediktoriaus-korektoriaus, Rungės--Kuto metodai, jų geometrinė interpretacija.	3			4			7	8	Literatūros studijavimas, savarankiškų užduočių atlikimas. Laboratorinis darbas: pirmos eilės paprastųjų diferencialinių lygčių skaitinis sprendimas.
7. Antros eilės tiesinės diferencialinės lygtys. Antros eilės tiesinės homogeninės lygtys su pastoviais koeficientais. Nehomogeninės lygties sprendimas neapibrėžtųjų koeficientų ir konstantų variavimo metodais.	4			4			8	8	Literatūros studijavimas, savarankiškų užduočių atlikimas
8. Antros eilės tiesine diferencialine lygtimi su pastoviais koeficientais aprašomų mechaninių sistemų ir elektros grandinių matematiniai modeliai.	4			5			9	10	Literatūros studijavimas, savarankiškų užduočių atlikimas. Laboratorinis darbas: antros eilės paprastosios diferencialinės lygties sprendimas.
9. Paprastųjų diferencialinių lygčių sistemos. Tiesinės sistemos su pastoviais koeficientais. Modeliai aprašomi paprastųjų diferencialinių lygčių sistemomis. Cheminės kinetikos modeliai. Michaelio–Menten fermentinės kinetikos modelis.	4			4			8	10	Literatūros studijavimas, savarankiškų užduočių atlikimas
10. Matematiniai modeliai su pernešimo lygtimi.	2			1			3	2	Literatūros studijavimas, savarankiškų užduočių atlikimas
Iš viso	32			32			64	66	

Atsiskaitymai ir konsultacijos	Iš viso valandų
Konsultacijos	2
Koliokviumai	0
Praktinių užduočių gynimas	
Egzaminas	2

Vertinimo strategija	Svoris proc.	Atsiskaitymo laikas	Vertinimo kriterijai
Laboratoriniai darbai (gynimas naudojant kompiuterį).	50	Semestro metu.	Laboratorinio darbo metu sprendžiami uždaviniai, analogiškai nagrinėtiems paskaitų ir pratybų metu. Jų sprendimui naudojama matematinė programinė įranga (Matlab, Python, Maxima ir pan.). Atsiskaitymas vyksta žodžiu, demonstruojant ir aiškinant sprendimą kompiuteryje. Maksimalus balas skiriamas už pilnai ir teisingai išspręstą uždavinį, sugebėjimą analizuoti rezultatus, gaunamus keičiant uždavinio duomenis. Surinktų taškų suma dalinama iš maksimalaus taškų skaičiaus ir dauginama iš 50.
Egzaminas (raštu)	50	Sesijos tvarkaraštyje nurodyta egzamino data.	Gebėjimas spręsti uždavinius, tinkamas formulių ir sąvokų naudojimas, sprendimo pagrindimas, išvadų formulavimas. Vertinami tarpiniai ir galutiniai teisingi rezultatai. Surinktų taškų suma dalinama iš maksimalaus taškų skaičiaus ir dauginama iš 50. Už laboratorinius darbus ir egzaminą reikia surinkti ne mažiau kaip 20 proc. galimų taškų. Galutinis įvertimas rašomas pagal laboratorinių darbų ir egzamino surinktų įvertinimų procentų sumą: 96-100 proc. – 10 balų (puikiai) 86-95 proc. – 9 balai (labai gerai) 76-85 proc. – 8 balai (gerai) 66-75 proc. – 7 balai (vidutiniškai) 56-65 proc. – 6 balai (patenkinamai) 45-56 proc. – 5 balai (silpnai) Mažiau už 45 proc. – neišlaikyta
Egzaminas eksternu. Galima laikyti, jei buvo apginti laboratoriniai darbai.	50	Sesijos tvarkaraštyje nurodyta egzamino data.	

Autorius	Leidimo metai	Pavadinimas	Periodinio leidinio Nr. ar leidinio tomas	Leidimo vieta ir leidykla ar internetinė nuoroda
Privaloma literatūra				
P. Katauskis	2024	Matematinis modeliavimas, „Paskaitos (PS)“, „Pratybos (PS)“		https://emokymai.vu.lt/
A. Ambrazevičius	2014	Matematinis modeliavimas		http://www.mif.vu.lt/katedros/dlsm/home.php?asmuo=algam&p_kurs=k_mm_
Papildoma literatūra				
E. Kreyszig	2006, 2011	Advanced Engineering Mathematics		John Wiley & Sons, inc.
P. Golokvosčius	2000	Diferencialinės lygtys		TEV, Vilnius
J. Caldwell, D.K.S. Ng	2004	Mathematical Modelling		Kluwer Academic Publishers



COURSE UNIT (MODULE) DESCRIPTION

Course unit (module) title	Code
Mathematical modeling	

Lecturer(s)	Department(s)
Coordinator: P. Katauskis	Institute of Applied Mathematics Vilnius university

Study cycle	Type of the course unit (module)
First	Optional

Mode of delivery	Period when the course unit (module) is delivered	Language(s) of instruction
Face-to-face	Semester 7	Lithuanian

Requirements for students
Prerequisites: Mathematics for Software Engineering I, II, III p.

Course (module) volume in credits	Total student's workload	Contact hours	Self-study hours
5	130	64	66

Purpose of the course unit (module): programme competences to be developed
<p>The purpose of the subject “Mathematical modeling” is to acquire the basic skills of mathematical modeling, learn to create and study mathematical models describing various processes, and use mathematical software for research. The aim is to develop abstract and analytical thinking, communication skills in subject-related situations.</p> <p>General competences:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Will be able to convey information, ideas, problems and solutions in writing and orally in national and foreign languages, communicating with specialists and non-specialists (BK1.1); • Will recognize the need for and engage in lifelong learning (BK1.2). <p>Subject competences:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Will be able to apply the theoretical knowledge and algorithmic principles of the basics of mathematics, science, engineering, computer science in the development of program systems (DK4.2); • Will be able to think abstractly, use formal methods of description, prove their correctness, formalize and specify real-world problems (DK4.3).

Learning outcomes of the course unit (module): students will be able to	Teaching and learning methods	Assessment methods
Define and properly use concepts and principles of mathematical modeling, illustrate them with examples.		

Formulate and analyze simple mathematical models described by ordinary differential equations.	Lectures, practices, independent study of literature, solving problems in team and individually	Exam, presentation of laboratory works, reports of laboratory work
Apply basic methods of discretization of ordinary differential equations.		
Solve problems of mathematical modelling using mathematical software.		
Make and justify conclusions based on analysis of mathematical models.		

Content: breakdown of the topics	Contact hours						Self-study work: time and assignments		Assignments
	Lectures	Tutorials	Seminars	Exercises	Laboratory works	Internship/work placement	Contact hours	Self-study hours	
1. General scheme of mathematical modelling. Basic methods and principles, examples of simplest mathematical models.	2						2		Individual reading. Problem solving.
2. Differential equations. Geometric interpretation, solutions, solution curves. First-order ODEs with separable variables, homogeneous equations.	4			6			10	10	Individual reading. Problem solving. Laboratory work.
3. Examples of mathematical models described by one first-order ordinary differential equation.	4			4			8	10	Individual reading. Problem solving.
4. Linear and Bernoulli first-order differential equations, Malthus and Verhulst models in population dynamics.	3			3			6	6	Individual reading. Problem solving.
5. Autonomous first-order differential equations.	2			1			3	2	Individual reading. Problem solving.
6. Numerical solution of a first-order ordinary differential equation. Euler, predictor-corrector, Runge--Kuta methods, their geometric interpretation.	3			4			7	8	Individual reading. Problem solving. Laboratory work.
7. Second-order linear differential equations. Second-order linear homogeneous equations with constant coefficients. Solving the inhomogeneous equation by methods	4			4			8	8	Individual reading. Problem solving.

of undetermined coefficients and variation of parameters.									
8. Mathematical models of mechanical systems and electrical circuits described by a second-order linear differential equation with constant coefficients.	4			5			9	10	Individual reading. Problem solving. Laboratory work.
9. Systems of ordinary differential equations. Linear systems with constant coefficients. Models described by systems of ordinary differential equations. Chemical kinetics models. Michael–Menten model of enzymatic kinetics.	4			4			8	10	Individual reading. Problem solving.
10. Mathematical models with the transport equation.	2			1			3	2	Individual reading. Problem solving.
Total	32			32			64	66	

Assessment and tutorials	Total hours
Tutorials	2
Midterm exam	0
Presentation of laboratory works	
Exam	2

Assessment strategy	Weight, %	Deadline	Assessment criteria
Laboratory works	50%	During semester	Problems are solved during laboratory work. Mathematical software (Matlab, Maxima, etc.) is used for their solution. Settlement takes place orally, demonstrating and explaining the solution on the computer, during laboratory work. The ability to analyse and justify the results, change the task data is valued. The sum of collected points is divided by the maximum number of points and multiplied by 50.
Final exam	50%	Exam session	Theoretical tasks and problems. Correct formulation and proof of statements, appropriate use of formulas and concepts. Ability to solve problems, justification of decision, formulation of conclusions. Intermediate and final correct results are evaluated. The sum of collected points is divided by the maximum number of points and multiplied by 50. The final grade is written based on the sum of the percentages of the laboratory work and the exam: 96-100 percent – 10 points (excellent) 86-95 percent – 9 points (very good) 76-85 percent – 8 points (good) 66-75 percent – 7 points (average) 56-65 percent – 6 points (satisfactory) 45-56 percent – 5 points (weak) Less than 45% - failed
Exam by extern is allowed if laboratory works were done.	50%	Exam session	

Author	Publishing year	Title	Number or volume	Publisher or URL
Required reading				
P. Katauskis	2023	Matematinis modeliavimas		https://emokymai.vu.lt/
A. Ambrazevičius	2014	Matematinis modeliavimas		http://www.mif.vu.lt/katedros/dlsm/home.php?asmuo=algam&p_kurs=k_m_m_
Recommended reading				
E. Kreyszig	2006, 2011	Advanced Engineering Mathematics		John Wiley & Sons, inc.
P. Golokvosčius	2000	Diferencialinės lygtys		TEV, Vilnius
J. Caldwell, D.K.S..Ng	2004	Mathematical Modelling		Kluwer Academic Publishers